

# CẦU VÒNG HẠT NHÂN TRONG TÁN XẠ PHI

## ĐÀN HỒI HẠT NHÂN-HẠT NHÂN

Nguyễn Hoàng Phúc<sup>1</sup>, Đào Tiến Khoa<sup>1</sup>, Nguyễn Trí Toàn Phúc<sup>1,2</sup>, Đỗ Công Cường<sup>1</sup>

<sup>1</sup>*Viện khoa học và Kỹ thuật Hạt nhân, VINATOM*

*179 Hoàng Quốc Việt, Cầu Giấy, Hà Nội.*

<sup>2</sup>*Bộ mô vật lý và kỹ thuật hạt nhân,*

*Khoa Vật lý Kỹ thuật, Trường Đại học Khoa học, VNU-HCM,*

*227 Nguyễn Văn Cừ, Quận 5, Tp. Hồ Chí Minh*

**Tóm tắt:** Cầu vòng hạt nhân được quan sát ở tán xạ đàn hồi  $\alpha$ -hạt nhân và các nhân nhẹ ở năng lượng trung bình do sự hấp thụ yếu của thể quang học và xảy ra hiệu ứng khúc xạ của sóng đến. Các sóng khúc xạ này giao thoa dẫn đến xuất hiện hiệu ứng cầu vòng hạt nhân là sự dao động của các cực tiểu Airy ở tiết diện tán xạ đàn hồi. Người ta cũng mong đợi bức tranh tương tự xảy ra ở tán xạ đàn hồi. Một vài đặc trưng của cầu vòng hạt nhân trong tán xạ phi đàn hồi của các ion nhẹ đã được khảo trong thực nghiệm, như thí nghiệm đo tán xạ phi đàn hồi  $^{16}\text{O}+^{12}\text{C}$  tại vùng năng lượng khúc xạ do nhóm nghiên cứu của viện Kurchatov thực hiện. Khác với tán xạ đàn hồi, dữ liệu tán xạ phi đàn hồi cho thấy hiệu ứng cầu vòng yếu hơn đàn hồi với cấu trúc Airy bị nhòe đi. Để nghiên cứu hiệu ứng này, chúng tôi đề xuất kỹ thuật phân tích biên độ tán xạ phi đàn hồi thành các thành phần mô men góc khác nhau. Dựa trên kỹ thuật phân tích mới này, các phân tích liên kênh tán xạ đàn hồi và phi đàn hồi của tán xạ  $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}+^{12}\text{C}$ , and  $\alpha+^{90}\text{Zr}$  tại vùng năng lượng khúc xạ đã chỉ ra rằng việc làm nhòe đi cấu trúc Airy trong tán xạ đàn hồi là do chồng chập các sóng riêng phần khác nhau.

**Từ khóa:** Cầu vòng hạt nhân, khúc xạ, cực tiểu Airy.

### 1. Giới thiệu

Cầu vòng hạt nhân trong tán xạ đàn hồi là một trong những chủ đề quan trọng trong nghiên cứu tán xạ hạt nhân –hạt nhân [1]. Khi hệ tán xạ bị hấp thụ yếu như (tán xạ  $\alpha$ -hạt nhân,  $^{16}\text{O}+^{16}\text{O}$ ,  $^{12}\text{C}+^{16}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}+^{12}\text{C}$ ), các sóng tán xạ có thể đi sâu vào hạt nhân và bị khúc xạ bởi lực hạt nhân dẫn đến xuất hiện hiệu ứng cầu vòng hạt nhân[1,2]. Sóng khúc xạ giúp chúng ta xác định thông tin thể tương tác đến vùng bên trong hạt nhân. Thể tương tác được xác định từ cầu vòng hạt nhân là thông tin hữu ích cho các nghiên cứu cấu trúc. Chẳng hạn nghiên cứu cấu trúc alpha cluster trong  $^{94}\text{Mo}$ [3],  $^{20}\text{Ne}$ [4] and  $^{44}\text{Ti}$ [5],  $^{16}\text{O}+^{16}\text{O}$  cluster bands trong  $^{32}\text{S}$ [6]..., gần đây nhất cho phản ứng nhiệt hạch  $^{12}\text{C}-^{12}\text{C}$ [7]. Cơ chế bán cổ điển (Semiclassical framework), lần đầu tiên được đề xuất bởi Brink and Takigawa[8] và phát triển bởi Michel và cộng sự [9-10], được sử dụng để giải thích cầu vòng hạt nhân, trong đó biên độ tán xạ được phân tách thành thành phần bên trong (internal component- sóng tán xạ đi xuyên qua rào thế Coulomb và thể xuyên tâm và bị khúc xạ bởi lực hạt nhân) và thành phần rào chắn( barrier component-bị phản xạ từ rào thế). Fuller[11] cũng đã đề xuất kỹ thuật tương tự, với biên độ tán xạ được phân tách thành thành phần far-side (refractive component) và near-side (diffractive component). Cơ chế này rất thành công giúp chúng ta có thể hiểu rõ được sự hình thành nuclear rainbow trong elastic.

Cầu vòng hạt nhân cũng được tìm thấy trong tán xạ phi đàn hồi. Hầu hết các nghiên cứu cho đến nay đều dùng cơ chế giải thích cầu vòng hạt nhân trong tán xạ đàn hồi vào phi đàn hồi. Như Michel *et al* [12-13] đã phân tách biên độ tán xạ phi đàn hồi thành 2 thành phần internal và Barrier cho hệ  $\alpha+^{40}\text{Ca}$  and  $^6\text{Li}+^{12}\text{C}$ , hay Demminova[14-15] phân tích thành 2 thành phần near-far side. Các nghiên cứu này cũng cho thấy sự chiếm ưu thế của thành phần far-side ở góc lớn tương tự như ở tán xạ đàn hồi. Tuy nhiên, hầu hết các số liệu thực nghiệm đều chỉ ra vai cầu vòng và cực tiểu Airy của inelastic không rõ so với tán xạ đàn hồi. Để giải thích cho vấn đề này, trong nghiên cứu kích thích  $2+$  và  $3-$   $^{16}\text{O}$  của tán xạ  $^{16}\text{O}+^{16}\text{O}$  [16], Khoa và cộng sự cho rằng do sự gia tăng phần ảo hấp thụ của thế quang học kênh tán xạ phi đàn hồi so với đàn hồi. Hoặc trong nghiên cứu  $^3\text{He}+^{12}\text{C}$ [15], Demmynova cho rằng sự không quan sát rõ cầu vòng hạt nhân ở tán xạ phi đàn hồi là do sự bất định của thế dịch chuyển (*form factor*). Trong nghiên cứu này chúng tôi phát triển hướng phân tích nhằm giải thích phù hợp hơn vấn đề trên. Như chúng ta biết, ứng với mỗi sóng riêng phần L của tán xạ đàn hồi, ở kênh phi đàn hồi sóng riêng phần L' liên kênh với spin I của hạt nhân kích thích và có thể nhận các giá trị từ  $L'=L-I, \dots, L+I$ , từ đó chúng tôi phân tích biên độ tán xạ phi đàn hồi thành tổng các biên độ thành phần ứng với các L'. Kết quả phân tích tiết diện tán xạ phi đàn hồi ứng với các biên độ thành phần cho thấy rõ đóng góp của mỗi thành phần lên tiết diện phi đàn hồi tổng cũng như làm rõ sự hình thành cầu vòng hạt nhân trong tán xạ phi đàn hồi.

Để minh họa cho phương pháp này, chúng tôi khảo sát trên các hệ tiêu biểu trong nghiên cứu cầu vòng hạt nhân như với light-heavy ion-scattering là  $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}+^{12}\text{C}$  và alpha-scattering là  $\alpha+^{90}\text{Zr}$ . Đối với hệ  $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}+^{12}\text{C}$ , năng lượng lần lượt được phân tích tương ứng là 240MeV [17-18] và 200MeV [19] với số liệu thực nghiệm được xác định cho cả tán xạ đàn hồi và phi đàn hồi  $2+(4.44\text{MeV})$  của  $^{12}\text{C}$ . Đây là những năng lượng cho thấy rõ nhất cấu trúc cầu vòng hạt nhân của hệ  $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}+^{12}\text{C}$  trên thực nghiệm. Đối với hệ  $\alpha+^{90}\text{Zr}$ , năng lượng được chọn phân tích 99.5MeV, đây là trường hợp số liệu thực nghiệm được xác định gồm tán xạ đàn hồi và phi đàn hồi  $2+(2.186\text{MeV})$ ,  $3-(2.748\text{MeV})$  [20] và biểu hiện rõ cầu vòng hạt nhân.

## 2. Công thức

Trong khuôn khổ nghiên cứu này, biên độ tán xạ đàn hồi và phi đàn hồi được xác định thông qua giải hệ phương trình liên kênh [21]

$$\begin{aligned} & \left\{ \frac{\hbar^2}{2\mu_\alpha} \left[ \frac{d^2}{dR^2} + k_\alpha^2 - \frac{L(L+1)}{R^2} \right] - \langle \alpha(LS)J|V|\alpha(LS)J \rangle \right\} \chi_{\alpha LS}^{(J)}(k_\alpha, R) \\ & = \sum_{\alpha' L' S' \neq \alpha LS} \langle \alpha(LS)J|V|\alpha'(L'S')J \rangle \chi_{\alpha' L' S'}^{(J)}(k_{\alpha'}, R). \end{aligned} \quad (1)$$

trong đó kí hiệu  $\alpha$  là kênh đàn hồi và  $\alpha'$  là kênh phi đàn hồi. L,S,J lần lượt sóng riêng phần, spin tổng nội và spin toàn phần của hệ ở kênh đàn hồi. Tương tự L', S', J' cho kênh phi đàn hồi  $\alpha'$ . Ở đây chúng ta xét trường hợp spin target và projectile bằng 0 và trạng thái kích thích target có spin I, ta có bảo toàn spin toàn phần  $J=L=L'+I$ . Các yếu tố ma trận ở vế trái và vế phải (1) mang thông tin thế đường chéo  $V_{\alpha\alpha}(R)$  và thế liên kênh  $V_{\alpha\alpha'}(R)$  (chi tiết có thể xem ở [21]). Trong đó phần thực được tính toán dựa trên mẫu folding.

$$V_{\alpha\alpha'}(R) = N_R \int \rho_{aa}(\vec{r}_1) \rho_{AA(A')}(\vec{r}_2) v_{NN}(s) d\vec{r}_1 d\vec{r}_2, \quad (2)$$

Với  $\vec{s} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2 + \vec{R}$  là khoảng cách giữa 2 nucleon,  $v_{NN}(s)$  là tương tác NN hiệu dụng và  $N_R$  là hệ số tái chuẩn.  $\rho_{aa}, \rho_{AA(A')}$  tương ứng là mật độ của projectile và target.

Đối với thế đường chéo và thế liên kênh được xác định theo mô hình Hybrid [21], trong đó thế đường chéo có dạng Wood-Saxon.

$$W_{\alpha\alpha(\alpha'\alpha')} = \frac{W_0^{\alpha\alpha(\alpha'\alpha')}}{1 + \exp[(R-a)/c]}, \quad (3)$$

và thế liên kênh

$$W_{\alpha\alpha'} = -\delta_I \frac{dW_{\alpha\alpha}}{dR}, \quad (4)$$

với  $\delta_I$  là độ dài biến dạng được xác định theo cường độ dịch chuyển điện.

Giải hệ phương trình liên kênh (1), Ta thu được biên độ tán xạ đàn hồi và phi đàn hồi [23].

$$f(\theta) = f_R(\theta) + \frac{i}{2k} \sum_L (2L+1) \exp(2i\sigma_L) (1 - S_L) P_L(\cos\theta) \quad (5)$$

$$\frac{d\sigma_e}{d\Omega} = |f(\theta)|^2 \quad (6)$$

$$f_{M_I}(\theta) = \frac{i}{2k} \left( \frac{v}{v'} \right) \sum_{LL'} (2L+1) \langle L'I, -M_I M_I | L0 \rangle \times \exp[i(\sigma_L + \sigma_{L'})] S_{LL'} Y_{L'}^{-M_I}(\theta, \varphi) \quad (7)$$

$$\frac{d\sigma_{in}}{d\Omega} = \sum_{M_I} |f_{M_I}(\theta, \varphi)|^2 \quad (8)$$

Trong đó  $L' = L - I, L - I + 2, \dots, L + I$ , bước bằng 2 do bảo toàn tính chẵn lẻ giữa kênh vào và kênh ra. Rất tiện lợi khi minh họa cấu trúc Airy của cầu vòng hạt nhân bằng cách phân tách biên độ tán xạ đàn hồi thành hai thành phần near-side và far-side (phương pháp được đề xuất bởi Fuller [12]).

$$f(\theta) = f_N(\theta) + f_F(\theta) = f_{RN}(\theta) + f_{RF}(\theta) + \frac{i}{2k} (2L+1) \exp(2i\sigma_L) \left[ \tilde{Q}_L^{(-)}(\cos\theta) + \tilde{Q}_L^{(+)}(\cos\theta) \right], \quad (9)$$

Trong đó  $\tilde{Q}_L^{(\pm)}(\cos\theta) = \frac{1}{2} \left[ P_L(\cos\theta) \pm \frac{2i}{\pi} Q_L(\cos\theta) \right]$ ,  $P_L(\cos\theta)$ ,  $Q_L(\cos\theta)$  lần lượt là hàm Legendre loại 1 và loại 2. Kỹ thuật này cũng được áp dụng trong tán xạ phi đàn hồi.

$$f_{M_I}(\theta, \varphi) = f_{M_I}^N(\theta, \varphi) + f_{M_I}^F(\theta, \varphi) = \frac{1}{2ik} \left( \frac{v}{v'} \right) \sum_{LL'} (2L+1) \langle L'I, -M_I M_I | L0 \rangle e^{i(\sigma_L + \sigma_{L'})} S_{LL'} (4\pi)^{1/2} (\tilde{Q}_{LM}^- + \tilde{Q}_{LM}^+) \quad (10)$$

Với  $\tilde{Q}_{LM}^{(\pm)}(\cos\theta) = \frac{1}{2} \left[ P_{LM}(\cos\theta) \pm \frac{2i}{\pi} Q_{LM}(\cos\theta) \right]$ ,  $P_{LM}(\cos\theta)$ ,  $Q_{LM}(\cos\theta)$  lần lượt là hàm Legendre liên kết loại 1 và loại 2. Đối với cầu vòng hạt nhân trong tán xạ đàn hồi, khi sóng tán xạ đi vào miền tương tác hạt nhân, do lực hạt nhân dẫn đến bị khúc xạ và lệch hướng quỹ đạo (*deflect trajectories*), sự lệch hướng phụ thuộc vào giá trị sóng  $L$ , khi  $L$  càng nhỏ sự lệch hướng quỹ đạo càng lớn. Vấn đề đặt ra đối với trường hợp inelastic, ứng với mỗi sóng riêng phần đến đàn hồi, sóng riêng phần phi đàn hồi  $L'$  sẽ nhận giá trị khác nhau  $L-1, L-1+2, \dots, L+1$  nên sẽ bị khúc xạ ở các góc khác nhau. Như ở hình 1, trường hợp target bị kích thích với spin  $I=2$ , sóng  $L' = L-2$  sẽ bị khúc xạ mạnh nhất, và  $L' = L+2$  bị khúc xạ yếu nhất. Dựa trên đặc điểm này, chúng tôi phân tách biên độ tán xạ phi đàn hồi ở (10) thành tổng các biên độ thành phần  $L'$

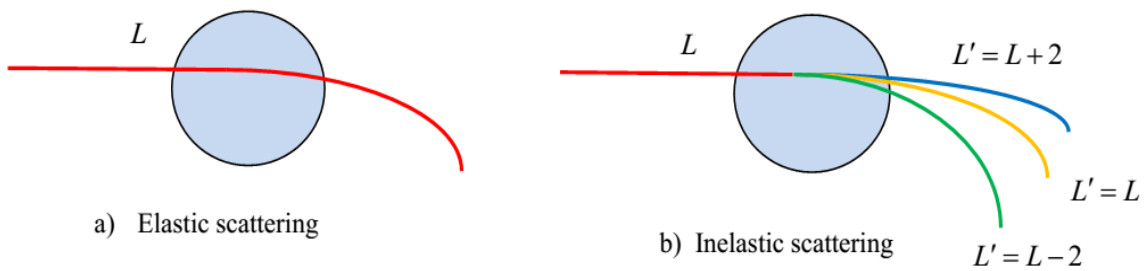
$$f_{M_i}(\theta, \varphi) = \sum_{L'=L-1}^{L+1} f_{LM_i}(\theta, \varphi)$$

$$f_{LM_i}(\theta, \varphi) = \frac{1}{2ik} \left( \frac{v}{v'} \right) \sum_L (2L+1) \langle L'I, -M_i M_i | L0 \rangle e^{i(\sigma_L + \sigma_{L'})} S_{LL'} (4\pi)^{1/2} Y_L^{-M_i}(\theta, \varphi) \quad (11)$$

Và tiết diện tán xạ với mỗi thành phần  $L'$  tương ứng là

$$\frac{d\sigma_{in}^{L'}}{d\Omega} = \sum_{M_i} |f_{LM_i}(\theta, \varphi)|^2 \quad (12)$$

Chúng ta để ý biên độ ứng với mỗi trường hợp  $L'$   $f_{LM_i}(\theta, \varphi)$  ở (11) được lấy tổng theo  $L$  có dạng tương tự như biên độ tán xạ đàn hồi (5). Như ta đã biết, cơ chế hình thành cầu vòng hạt nhân cho tán xạ đàn hồi đã được hiểu rõ, do đó việc tách biên độ phi đàn hồi thành tổng các biên độ có dạng tương tự như đàn hồi sẽ giúp chúng ta hiểu rõ hơn cơ học hình thành cầu vòng hạt nhân trong tán xạ phi đàn hồi so với chỉ phân tách biên độ tổng (10) thành thành phần near-far side hay thành phần Internal-Barrier.



Hình 1, Quỹ đạo các sóng  $L$  và  $L'$  ứng với tán xạ đàn hồi, phi đàn hồi với bia kích thích có  $I=2$ .

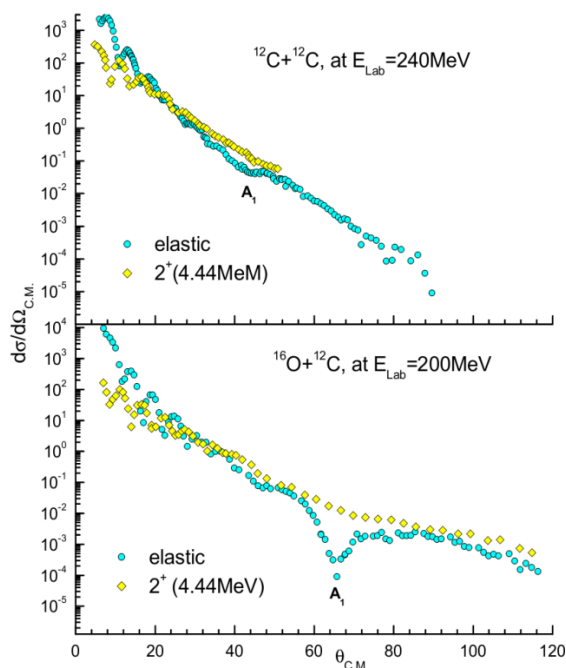
### 3. Kết quả và thảo luận.

#### 3.1 Tán xạ $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ tại 240MeV và $^{16}\text{O}+^{12}\text{C}$ at 200MeV

Hệ  $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$  và  $^{16}\text{O}+^{12}\text{C}$  là những ứng cử viên tốt nhất cho quan sát cầu vòng hạt nhân. Trong đó, điển hình số liệu tán xạ đàn hồi và phi đàn hồi  $2+(4.44\text{MeV})$  tại 200MeV đối với hệ  $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$  và tại 200MeV cho hệ  $^{16}\text{O}+^{12}\text{C}$  (hình 2) với tiết diện tán xạ đàn hồi có cực tiểu

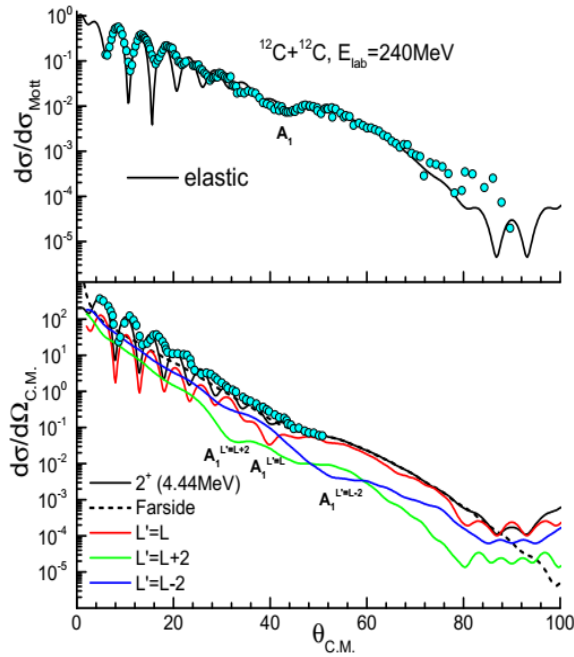
Airy được xác định rất rõ. Trong khi đó, đặc điểm thú vị là cực tiểu Airy của tán xạ phi đàn hồi 2+ không quan sát rõ và bị nhòe đi.

Ở hình 2 ta cũng thấy điểm đáng chú ý, mặc dù không xác định rõ cực tiểu Airy, tiết diện tán xạ phi đàn hồi  $^{12}\text{C}$  2+ trên hệ  $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$  và  $^{16}\text{O}+^{12}\text{C}$  vẫn lớn tiết diện đàn hồi ở góc lớn (vùng góc khúc xạ). Như chúng ta biết chính các sóng khúc xạ gây nên hiệu ứng cầu vòng hạt nhân, với việc quan sát rõ cực tiểu Airy ở tán xạ đàn hồi, ta cũng mong đợi có thể quan sát rõ cầu vòng hạt nhân ở tiết diện 2+. Tuy nhiên kết quả thực nghiệm lại chỉ ra sự nhòe đi của cực tiểu Airy A1 trên tiết diện 2+ và ta chưa có sự giải thích hợp lý cho vấn đề này.

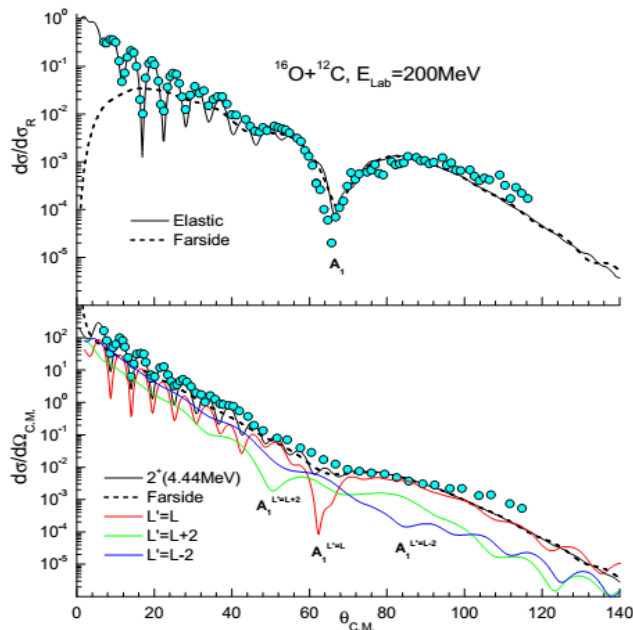


Hình 2. So sánh tiết diện tán xạ đàn hồi và phi đàn hồi 2+(4.44MeV) của hệ  $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$  và  $^{16}\text{O}+^{12}\text{C}$

Để trả lời cho vấn đề trên, chúng tôi áp dụng phương pháp tách biên độ tán xạ phi đàn hồi thành các biên độ con theo  $L'$  như ở (11,12). Trước tiên, để tính biên độ tán xạ cũng như tiết diện, chúng ta cần xác định thế đường chéo  $V_{\alpha\alpha}(R)$  và thế liên kênh  $V_{\alpha\alpha'}(R)$ . Mật độ  $^{12}\text{C}$  dùng trong mẫu folding cho tính toán phân thực thể quang học và thế đường chéo được tính theo mô hình cấu trúc ba cụm alpha trong phương pháp nhóm cộng hưởng[22]. Mô hình này mô tả tốt cường độ dịch chuyển điện  $BE(0 \rightarrow 2)$   $46.5e^2\text{fm}^4$  so với thực nghiệm  $41e^2\text{fm}^4$ [23], trong khi đó mật độ cơ bản của  $^{16}\text{O}$  được xác định từ tính toán vi mô cấu trúc theo mô hình cụm  $\alpha+^{12}\text{C}$  OCM (Orthogonality Condition Model)[24]. Tương tác NN hiệu dụng được sử dụng là tương tác CDM3Y3 có tính đến hiệu ứng tái chỉnh hợp RT[25]. Phiên bản này đã được sử dụng để tính thế thực trong phân tích tán xạ đàn hồi  $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$  và  $^{16}\text{O}+^{12}\text{C}$  tại vùng năng lượng khúc xạ và cấu trúc Airy được xác định rõ và kết quả phân tích cho thấy thế thực mô tả rất tốt cấu trúc Airy với hệ tái chuẩn  $N_R$  gần 1. Phần ảo của coupling potential được xác định theo (4) với độ dạng biến dạng  $\delta_2 = 1.564(\text{fm})$  tương ứng với  $BE(0 \rightarrow 2)$   $41e^2\text{fm}^4$ [23].

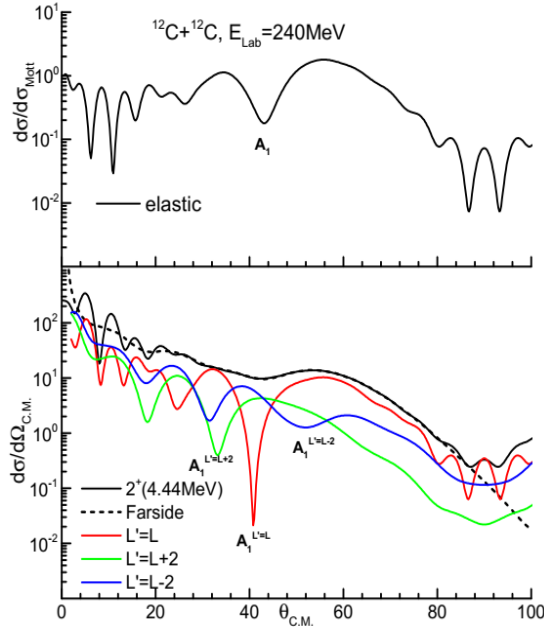


Hình 3. Mô tả liên kênh tán xạ đàn hồi và phi đàn hồi  $^{12}\text{C } 2^+$  của hệ  $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$  tại  $E_{\text{Lab}} = 240 \text{ MeV}$



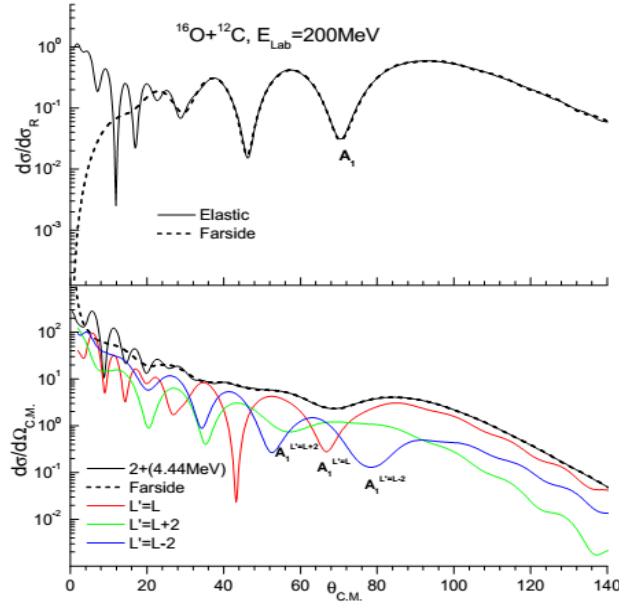
Hình 4. Mô tả liên kênh tán xạ đàn hồi và phi đàn hồi  $^{12}\text{C } 2^+$  của hệ  $^{16}\text{O}+^{12}\text{C}$  tại  $E_{\text{Lab}} = 200 \text{ MeV}$

Hình 3,4 lần lượt mô tả tán xạ đàn hồi và phi đàn hồi của hệ  $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}+^{12}\text{C}$  với các giá trị thế quang học OP được cho ở bảng 1. Ta thấy kết quả tính toán mô tả tốt số liệu thực nghiệm. Đối với kênh tán xạ đàn hồi, vị trí cực tiểu Airy  $A_1$  được xác định rõ trên thực nghiệm cũng như tính toán tại  $\theta_{\text{C.M.}} \approx 41^\circ$  cho hệ  $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$  và  $\theta_{\text{C.M.}} \approx 65^\circ$  cho hệ  $^{16}\text{O}+^{12}\text{C}$ . Đối với kênh phi đàn hồi  $2^+$ , cả thực nghiệm và tính toán (đường liền nét màu đen) đều cho thấy cấu trúc Airy bị nhòe đi. Tính toán farside cũng được thực hiện cho cả kênh đàn hồi và phi đàn hồi, ta thấy thành phần farside của tán xạ đàn hồi cũng chiếm ưu thế ở góc lớn tương tự như ở tán xạ đàn hồi và bị nhòe đi. Ta thấy kỹ thuật near-far không giải thích sự nhòe đi của cực tiểu Airy  $A_1$  của tiết diện  $2^+$ .



Hình 5. Tương tự như hình 3 với các tính toán được thực hiện tại  $W = W_0^{\alpha\alpha(\alpha'\alpha')}/3$ .

Áp dụng kỹ thuật phân tích biên độ con theo  $L'$  như ở biểu thức (11-12), ta có biên độ tán xạ phi đàn hồi  $2+$  được phân tích thành ba thành phần tương ứng  $L'=L-2$ ,  $L'=L$ ,  $L'=L+2$ , tiết diện 3 thành phần này được chỉ ra ở phần dưới của hình 3 và hình 4. Ta thấy thành phần  $L'=L$  (đường màu đỏ) có tiết diện cho thấy rõ cấu trúc cầu vòng hạt nhân và đóng góp chính vào các dao động ở góc nhỏ cũng cấu trúc cầu vòng của tiết diện  $2+$  ở góc lớn. Vị trí cực tiểu Airy  $A_1$  của thành phần này được xác định rõ tại  $\approx 40^\circ$  đối với hệ  $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$  và  $\approx 62^\circ$  đối với hệ  $^{16}\text{O}+^{12}\text{C}$  và gần với cực tiểu Airy  $A_1$  của tán xạ đàn hồi tương ứng. Trong khi đó, thành phần  $L'=L-2$  (đường liền nét màu xanh dương) và  $L'=L+2$  (đường liền nét màu xanh lá cây) có tiết diện trơn tại góc nhỏ, ở góc lớn không cho thấy rõ cấu trúc cầu vòng hạt nhân như thành phần  $L'=L$ . Tuy nhiên ta cũng có thể xác định cực tiểu Airy  $A_1$  của thành phần  $L'=L+2$  là  $\theta_{\text{C.M.}} \approx 33^\circ$  và thành phần  $L'=L-2$  là  $\theta_{\text{C.M.}} \approx 52^\circ$  cho hệ  $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ , trong khi đối với hệ  $^{16}\text{O}+^{12}\text{C}$ , cực tiểu  $A_1$  của thành phần  $L'=L+2$  là  $\theta_{\text{C.M.}} \approx 49^\circ$  và thành phần  $L'=L-2$  là  $\theta_{\text{C.M.}} \approx 84^\circ$ . Vai cầu vòng của hai thành phần này thấp hơn so với thành phần  $L'=L$  và làm nhòe đi cực tiểu Airy  $A_1$  của thành phần  $L'=L$ . Từ đó có thể khẳng định do trộn lẫn ba thành phần sóng riêng phần dẫn đến làm nhòe đi cực tiểu Airy của tiết diện  $2+$ .



Hình 6. Tương tự như hình 4 với các tính toán được thực hiện tại  $W_0^{\alpha\alpha(\alpha'\alpha')}/3$ .

Để làm rõ hơn cực tiểu Airy của 2 thành phần  $L'=L-2$  và  $L'=L+2$ , các tính toán được thực hiện bằng cách giảm  $W_V = W_0^{\alpha\alpha(\alpha'\alpha')}/3$  (hình 5 và 6). Trong trường hợp này ba thành phần  $L'=L-2$ ,  $L, L+2$  đều cho thấy rõ cực tiểu Airy và vai cầu vồng, ta thấy cấu trúc cầu vồng của ba thành phần phù hợp với bức tranh khúc xạ ở hình 1. Đối với hệ  $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ , thứ tự cực tiểu Airy  $A_1$  của ba thành phần  $L'=L-2$ ,  $L, L+2$  lần lượt là  $\approx 33^\circ$ ,  $\approx 40^\circ$ ,  $\approx 52^\circ$ , ta thấy thành phần  $L'=L$  có  $A_1$  gần với tán xạ đàn hồi ( $A_1 \approx 41^\circ$ ). Trong khi đó, thành phần  $L'=L+2$  dịch về phía góc nhỏ và thành phần  $L'=L-2$  dịch về phía góc lớn so với thành phần  $L'=L$ , cũng tương tự như vậy cho hệ  $^{16}\text{O}+^{12}\text{C}$ , ba thành phần  $L'=L-2$ ,  $L'=L, L'=L+2$  có  $A_1$  lần lượt là  $\approx 84^\circ$ ,  $\approx 62^\circ$ ,  $A_1 \approx 49^\circ$  theo thứ tự từ góc lớn đến góc nhỏ. Trong trường hợp này tán xạ phi đàn hồi có thể xem như trường hợp quan sát cầu vồng hạt nhân theo màu.

Bảng 1. Giá trị best fit OM trong tính toán CC.

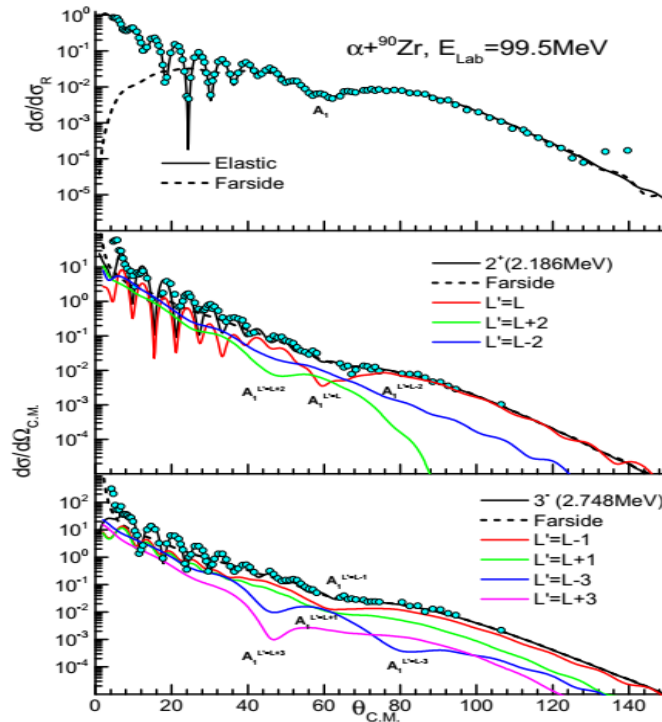
Hệ tán xạ	$E_{\text{Lab}}$	$N_R$	$J_V(\text{MeVfm}^3)$	$W_{0\text{en}}(\text{MeV})$	$R_{0\text{en}}(\text{fm})$	$A_{0\text{en}}(\text{fm})$	$W_{0\text{ex}}(\text{MeV})$
$^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$	240MeV	1.067	336.0	19.29	5.743	0.595	19.29
$^{16}\text{O}+^{12}\text{C}$	200MeV	0.936	300.4	13.32	6.150	0.502	17.00
$\alpha+^{90}\text{Zr}$ 2+ và 3-	99.5MeV	1.0	300.5	19.53	6.848	0.646	19.53

### 3.2 Tán xạ Alpha+ $^{90}\text{Zr}$ tại 99.5MeV

Cầu vồng hạt nhân lần đầu được quan sát qua tán xạ alpha-hạt nhân. Trong đó, hệ tán xạ  $\alpha+^{90}\text{Zr}$  là trường hợp điển hình trong quan sát cầu vồng hạt nhân trên hệ alpha-hạt nhân với số liệu được đo tán xạ đàn hồi đo bởi by Put and Paans trên dải năng lượng từ 40-118MeV[20] cho thấy rõ bức tranh tiến hóa theo năng lượng của cực tiểu Airy chính. Trong thí nghiệm này, bên cạnh tiết diện đàn hồi, tại 99.5MeV dữ liệu tán xạ phi đàn hồi 2+ và 3- cũng được xác định. Do đó phân tích năng lượng này giúp ta bổ sung bức tranh hình thành cầu vồng của kích thích 3- mà trong trường hợp hệ light heavy ion scattering  $^{16}\text{O}+^{12}\text{C}$ ,  $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$  không có dữ liệu thực nghiệm.



Để mô tả số liệu thực nghiệm, phần thực thể quang học cũng được tính toán theo mẫu folding với mật độ alpha có dạng Gauss và mật độ  $^{90}\text{Zr}$  có dạng Fermi [26], trong khi đó mật độ dịch chuyển của  $^{90}\text{Zr}$  dùng để thể liên kênh được xây dựng theo mô hình Bohr–Mottelson[27],  $\rho_{AA'}(r) = -\delta_I \frac{d\rho_{AA}(r)}{dr}$ . Giá trị  $\delta_{I=2}$  được lấy 0.398(fm) tương ứng với  $\text{BE}(0 \rightarrow 2^+)$  được xác định theo kích thích Coulomb  $420e^2\text{fm}^4$ [28] và  $\delta_{I=3}$  được lấy 0.760(fm) tương ứng với  $\text{BE}(0 \rightarrow 3^-)$  được xác định theo tán xạ phi đàn hồi nucleon  $48000e^2\text{fm}^6$ [29].



Hình 8. Mô tả liên kênh tán xạ đàn hồi với phi đàn hồi  $^{90}\text{Zr}$   $2^+$  và  $3^-$  tại  $E_{\text{Lab}} = 99.5 \text{ MeV}$ .

Kết quả tính toán được trình bày ở hình 8 với thể quang học như ở bảng 1. Ta thấy đối với tán xạ đàn hồi, cực tiểu Airy  $A_1$  được xác định khá rõ  $\approx 60^\circ$  và vai cầu vòng trải dài đến  $\approx 130^\circ$ . Trong khi đó, kết quả phân tích lý thuyết cũng như thực nghiệm đều cho thấy sự nhòe đi của cực tiểu Airy  $A_1$  của tiết diện  $2^+$  và  $3^-$ . Đối với trường hợp  $2^+$ , hoàn toàn tương tự như trường hợp  $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}+^{16}\text{O}$ . Ta cũng thấy thành phần  $L'=L$  đóng góp chính vào các dao động ở góc nhỏ cũng như cấu trúc cầu vòng hạt nhân cực tiểu Airy và vai cầu vòng của tiết diện  $2^+$ . Cực tiểu Airy của thành phần này được xác định rõ  $A_1 \approx 60^\circ$  tương tự như cực tiểu Airy của tán xạ đàn hồi, trong khi đó thành phần  $L'=L+2$  có  $A_1$  dịch về phía góc nhỏ  $\approx 49^\circ$  so với thành phần  $L'=L$ , đối thành phần  $L'=L-2$ , mặc dù không xác định được rõ cực tiểu Airy, tuy nhiên trong tính toán với  $W/3$  (hình 9),  $A_1$  được xác định  $\approx 77^\circ$ , dịch về phía góc lớn so với thành phần  $L'=L$ .

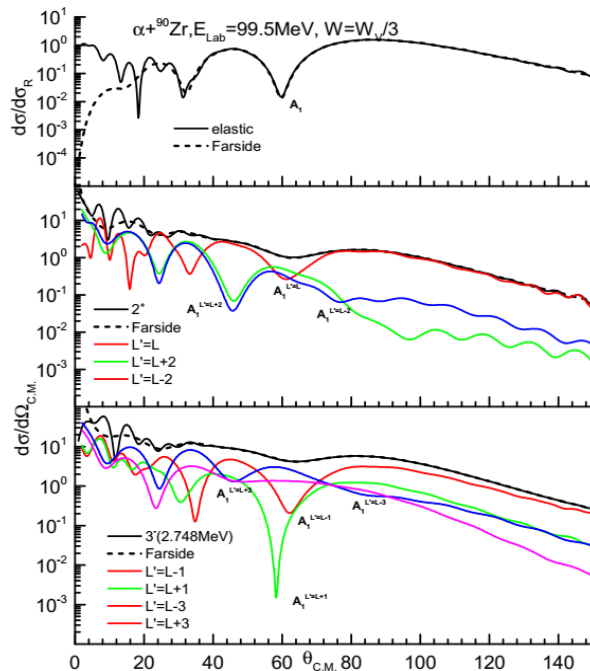
Đối với trường hợp  $3^-$ . Ta thấy thành phần  $L'=L-1$  và  $L'=L+1$  đóng góp chính vào các dao động ở góc nhỏ của tiết diện  $3^-$ . Trong khi ở góc lớn, thành phần  $L'=L-1$  đóng góp chính vào cấu trúc cầu vòng hạt nhân. Thành phần này có  $A_1 \approx 63^\circ$ , lớn hơn khoảng  $3^\circ$  so với  $A_1$  của tán xạ đàn hồi, thành phần  $L'=L-1$  trong trường hợp này không thấy rõ  $A_1$ , tuy nhiên ta cũng có thể xác định  $A_1$  của thành phần này khi tính toán tại  $W_V = W_0^{\alpha\alpha}/3$  với  $A_1 \approx 58^\circ$ ,

nhỏ hơn khoảng  $2^0$  so với  $A_1$  của tán xạ đàn hồi. Hai thành phần còn lại, thành phần  $L'=L+3$  có  $A_1 \approx 47^0$  dịch về phí góc nhỏ so với thành phần  $L+1$  và  $L'=L-3$  có  $A_1 \approx 83^0$  dịch về phía góc lớn so với thành phần  $L-1$ . Như vậy thứ tự vị trí cực tiểu Airyc của các thành phần  $L'=L-3, L-1, L+1, L+3$  trong tiết diện 3- lần lượt  $\approx 83^0, \approx 63^0, \approx 58^0, \approx 47^0$  cũng phù hợp với bức tranh khúc xạ được chỉ ra ở hình 1.

#### 4. Kết luận

Trong nghiên cứu này, chúng tôi đã đề xuất phương pháp phân tích biên độ tán xạ phi đàn hồi thành các biên độ con theo  $L'$  tương tự như biên độ tán xạ đàn hồi, từ đó giải thích sự nhòe đi của cực tiểu Airy  $A_1$  của tiết diện phi đàn hồi 2+ trên hệ tán xạ ion nhẹ  $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$  tại  $E_{\text{lab}}=240\text{MeV}$  và  $^{16}\text{O}+^{12}\text{C}$  tại  $E_{\text{lab}}=200\text{MeV}$  là do chồng chập các sóng riêng phần. Ở trường hợp kích thích 2+, thành phần  $L'=L$  đóng góp chính vào sự hình thành các dao động ở góc nhỏ cũng như cấu trúc cầu vòng hạt nhân ở góc lớn trong khi hai thành phần  $L'=L-2, L+2$  làm nhòe đi cực tiểu Airyc của thành phần  $L'=L$ . Bức tranh tương tự cũng được khảo sát kích thích 2+, 3- trên hệ  $\alpha + ^{90}\text{Zr}$  với tại  $E_{\text{lab}}=99.5\text{MeV}$ .

Bên cạnh sự nhòe đi của tiết diện phi đàn hồi, chúng tôi cũng cho thấy cầu vòng hạt nhân đối với trường hợp kích thích (khác 0) tương tự như hiệu ứng cầu vòng màu xảy ra trong tự nhiên. Các phân tích vị trí cực tiểu Airy ứng với các thành phần  $L'$  tăng dần từ  $L'=L-2, L, L+2$  ứng với kích thích 2+ trên hệ  $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}+^{12}\text{C}$ ,  $\alpha + ^{90}\text{Zr}$  đều cho thấy thứ tự góc giảm dần phù hợp với thứ tự màu trên cầu vòng. Đối với trường hợp kích thích 3- trên  $\alpha + ^{90}\text{Zr}$  với thành phần  $L'$  tăng dần từ  $L'=L-3, L-1, L+1, L+3$  cũng cho thấy thứ tự vị trí Airy giảm dần. Phương pháp phân tích này cũng có thể mở rộng ra trong nghiên cứu cầu vòng hạt nhân cho các trường hợp phản ứng chuyển hoặc trao đổi điện tích.



Hình 9. Tương tự hình 8 với các tính toán được thực hiện tại  $W_0^{\alpha\alpha(\alpha'\alpha')}/3$ .

## Tài liệu tham khảo

- [1] M.E. Brandan and G.R. Satchler, Phys. Rep. 285, 143 (1997) and references therein.
- [2] D. T. Khoa, W. von Oertzen, H. G. Bohlen, and S. Ohkubo, J.Phys. G **34**, R111 (2007).
- [3] F. Michel, G. Reidemeister, and S. Ohkubo, Phys. Rev. C **61**, 041601(R) (2000).
- [4] Y. Hirabayashi and S. Ohkubo, Phys. Rev. C **88**, 014314 (2013).
- [5] F. Michel, G. Reidemeister, and S. Ohkubo, Phys. Rev. Lett. **57**, 1215 (1986).
- [6] S. Ohkubo and K. Yamashita, Phys. Rev. C **66**, 021301(R) (2002).
- [7] Le Hoang Chien, Dao T. Khoa, Do Cong Cuong, and Nguyen Hoang Phuc, Phys. Rev. C **98**, 064604 (2018).
- [8] D.M. Brink and N. Takigawa, Nucl. Phys. A **279**, 159 (1977).
- [9] J. Albiriski and F. Michel, Phys. Rev. C **25**, 213 (1982).
- [10] F. Michel, F. Brau, G. Reidemeister, and S. Ohkubo, Phys. Rev. Lett. **85**, 1823 (2000).
- [11] R.C. Fuller, Phys. Rev. C **12**, 1561 (1975).
- [12] F. Michel and S. Ohkubo, Phys. Rev. C **70**, 044609 (2004).
- [13] F. Michel and S. Ohkubo, Phys. Rev. C **72**, 054601 (2005).
- [14] A. S. Demyanova *et al.*, Phys. Lett. B **184**, 129 (1987).
- [15] A. S. Demyanova *et al.*, Nucl. Phys. A **542**, 208 (1992).
- [16] D.T. Khoa *et al.*, Nucl. Phys. A **759**, 3 (2005).
- [17] H.G. Bohlen, X.S. Chen, J.G. Cramer, P. Fröbrich, B. Gebauer, H. Lettau, A. Miczka, W.von Oertzen, R. Ulrich, and Th. Wilpert, Z. Phys. A **322**, 241 (1985).
- [18] A.S. Demyanova, H.G. Bohlen, A.N. Danilov, S.A. Goncharov, S.V. Khlebnikov, V.A. Maslov, Yu.E. Penionzkevich, Yu.G. Sobolev, W. Trzaska, G.P. Tyurin, and A.A. Ogloblin, Nucl. Phys.A **834**, 473c (2010).
- [19] S. Ohkubo *et al.*, Phys. Rev. C **90**, 064617 (2014).
- [20] L.W. Put and A.M.J. Paans, Phys. Lett. B **49**, 266 (1974).
- [21] D.T. Khoa and G.R. Satchler, Nucl. Phys. A **668**, 3 (2000).
- [22] M. Kamimura, Nucl. Phys. A **351**, 456 (1981).
- [23] S. Raman, C.H. Malarkey, W.T. Milner, C.W. Nestor, and P.H. Stelson, At. Data, Nucl. Data Tables **36**,1 (1987).
- [24] S. Okabe, *in Tours Symposium on Nuclear Physics II*, edited by H. Utsunomiya *et al.* (WorldScientific, Singapore, 1995), p. 112, and private communications.

- [25] D.T. Khoa, N.H. Phuc, D.T. Loan, and B.M. Loc, Phys. Rev. C **94**, 034612 (2016).
- [26] D.T. Khoa, Phys. Rev. C **63**, 034007 (2001).
- [27] A. Bohr and B.R. Mottelson, *Nuclear Structure Vol. 2*(Benjamin, New York, 1975 ).
- [28] S. Raman, C.W. Nestor Jr., and P. Tikkanen, At. Data, Nucl. Data Tables **78** ,1 (2001).
- [29] T. Kibédi and R. H. Spear, At. Data, Nucl. Data Tables **80** ,35 (2002).

## NUCLEAR RAINBOW IN THE INELASTIC NUCLEUS-NUCLEUS SCATTERING

**Abstract:** The nuclear rainbow, observed in the elastic  $\alpha$ -nucleus and light heavy-ion (HI) scattering at medium energies, is proven to be due to the weak absorption that allows the refraction of the incident wave by the attractive optical potential. The rainbow pattern is associated with a broad oscillation of the Airy minima in the elastic scattering cross section, resulted from an interference of the refracted far-side trajectories. A similar refractive scattering pattern is naturally expected to be seen also in the inelastic scattering channels of the nucleus-nucleus system that exhibits a pronounced rainbow pattern in the elastic scattering. Some feature of the nuclear rainbow in the inelastic light HI scattering has been observed so far in experiments, like the measurement of the inelastic  $^{16}\text{O}+^{12}\text{C}$  scattering at refractive energies by the Kurchatov-institute group. As variance with the elastic channel, the obtained data show a much weaker rainbow pattern in the inelastic cross section, with the Airy structure suppressed and smeared out. To investigate this effect, a method of the near-far decomposition of the inelastic scattering amplitude is proposed in the present work to explicitly reveal the coherent contributions by different angular momenta to the inelastic cross section. Based on the new decomposition technique, our coupled channel analysis of the elastic and inelastic  $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}+^{12}\text{C}$ , and  $\alpha+^{90}\text{Zr}$  scattering at refractive energies has shown unambiguously that the suppression of the Airy structure of the nuclear rainbow in the inelastic scattering is due to the multipole mixing of different partial waves that contribute equally to the scattering cross section

**Key words:** Nuclear rainbow, refraction, Airy minima.