

PHƯƠNG PHÁP *R*-MATRIX VÀ THỂ QUANG HỌC PHI ĐỊNH XÚ

Doãn Thị Loan, Nguyễn Hoàng Phúc, Đào Tiên Khoa

Viện khoa học và kỹ thuật hạt nhân, VINATOM

179 Hoàng Quốc Việt, Cầu Giấy, Hà Nội

Email: loandoan87@gmail.com

Tóm tắt: Phương pháp *R*-matrix được áp dụng để giải phương trình Schrödinger cho tán xạ đàn hồi nucleon-hạt nhân sử dụng thể quang học phi định xứ. Thể quang học hiện tượng luận phi định xứ được đề xuất bởi Perey và Buck (PB) và hai phiên bản được tham số hóa gần đây để mô tả tiết diện tán xạ đàn hồi nucleon lên hạt nhân ^{208}Pb và ^{27}Al tại các năng lượng khác nhau. Sự so sánh kết quả sử dụng phương pháp *R*-matrix với kết quả thu được từ phương pháp lập đã khẳng định rằng phương pháp *R*-matrix là công cụ hiệu quả để mô tả tán xạ đàn hồi nucleon-hạt nhân sử dụng thể quang học phi định xứ trong khuôn khổ mẫu quang học.

Từ khóa: phi định xứ, thể quang học nucleon, phương pháp *R*-matrix.

I. MỞ ĐẦU

Tán xạ đàn hồi nucleon-hạt nhân đóng vai trò quan trọng trong vật lý hạt nhân hiện đại để nghiên cứu tương tác nucleon-hạt nhân cũng như cấu trúc của hạt nhân bia. Đại lượng cần thiết cho mô tả tán xạ nucleon-hạt nhân là thể quang học, xác định hàm sóng tán xạ của nucleon qua việc giải phương trình Schrödinger. Để đơn giản hóa các tính toán, thể quang học thường được xây dựng có dạng định xứ trong mô tả tán xạ đàn hồi nucleon-hạt nhân. Thể hiện tượng luận Woods-Saxon (WS) được sử dụng nhiều nhất để tham số hóa thể quang học định xứ [1,2]. Tuy nhiên, trong không gian tọa độ, thể quang học nucleon thông thường có dạng phi định xứ do nguyên lý ngoại trừ Pauli và do ảnh hưởng của các kênh không đàn hồi khác. Do đó, việc sử dụng thể quang học phi định xứ trong tính toán tán xạ nucleon-hạt nhân theo mẫu quang học là rất cần thiết. Trong những tính toán mẫu quang học tán xạ đàn hồi-nucleon hạt nhân thể quang học được sử dụng hầu hết có dạng định xứ, chỉ có một số những nghiên cứu sử dụng thể quang học có dạng phi định xứ (theo các tài liệu [3-7]). Trong số những phiên bản thể quang học phi định xứ đó, chúng tôi quan tâm đến phiên bản xây dựng bởi Perey và Buck (PB) [3] và phiên bản tương tự được tham số bởi Tian, Pang và Ma (TPM) [6], trong đó hàm thể có dạng một hàm WS nhân với hàm phi định xứ Gaussian. Những tham số của PB được hiệu chỉnh sao cho mô tả tốt nhất mẫu quang học của hệ tán xạ đàn hồi $n+^{208}\text{Pb}$ tại năng lượng 7.0 và 14.5 MeV, trong khi đó, thể quang học TPM được chỉnh chuẩn để thu được số liệu tán xạ của nucleon lên các bia ^{32}S , ^{56}Fe , ^{120}Sn , và ^{208}Pb trong khoảng năng lượng từ 8 đến 30 MeV. Gần đây sự phụ thuộc năng lượng đã được đưa vào thể PB và TPM, có tên là PB-E và TPM-E, trong đó những tham số được điều chỉnh để mô tả tốt nhất tán xạ đàn hồi của neutron lên hạt nhân ^{40}Ca , ^{90}Zr và ^{208}Pb trong khoảng năng lượng $E \sim 5 - 40$ MeV [7].

Giải phương trình Schrödinger với thể phi định xứ có dạng phương trình vi-tích phân, việc giải phương trình trở nên phức tạp hơn so với phương trình vi phân thông thường chứa thể định xứ. Để giải quyết vấn đề này, chúng tôi sử dụng phương pháp *R*-matrix [8] trong việc giải chính xác phương trình Schrödinger với thể quang học phi định xứ. Phương pháp *R*-matrix kết hợp với tính tích phân theo phương pháp cầu phương Gauss-Legendre giúp cho

việc tính số trở nên đơn giản hơn. Mặc dù phương pháp R -matrix được phát triển để xử lý chính xác thể quang học phi định xứ nhưng lại được áp dụng chủ yếu để nghiên cứu tán xạ cộng hưởng ở năng lượng thấp sử dụng dạng định xứ của thể tán xạ [8]. Do đó mục đích của đề tài này là sử dụng phương pháp R -matrix để nghiên cứu tán xạ đàn hồi nucleon-hạt nhân sử dụng thể quang học phi định xứ. Chúng tôi lựa chọn tương tác PB [3] và TPM [6] cũng như các phiên bản phụ thuộc năng lượng [7] để nghiên cứu tán xạ đàn hồi của nucleon lên ^{208}Pb và ^{27}Al trong khoảng năng lượng từ 14.6 MeV đến 40 MeV. Kết quả thu được sử dụng R -matrix [9] được so sánh với kết quả thu được sử dụng phương pháp giải lập được thực hiện bởi code NLAT [10].

II. THỂ QUANG HỌC PHI ĐỊNH XỨ VÀ PHƯƠNG PHÁP R-MATRIX

II.1. Mẫu quang học với thể phi định xứ

Theo mẫu quang học cho tán xạ nucleon-hạt nhân, hàm sóng tán xạ là nghiệm của phương trình Schrödinger với thể quang học phi định xứ

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 + V_C(\mathbf{r}) + V_{\text{so}}(\mathbf{r})\mathbf{l}\cdot\boldsymbol{\sigma} \right] \chi(\mathbf{k}, \mathbf{r}) + \int V(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \chi(\mathbf{k}, \mathbf{r}') d\mathbf{r}' = E\chi(\mathbf{k}, \mathbf{r}), \quad (1)$$

trong đó $V_C(r)$ và $V_{\text{LS}}(r)$ tương ứng là thể Coulomb và spin-quỹ đạo có dạng định xứ, $V(r, r')$ là thể xuyên tâm phi định xứ. Spin của nucleon tới được biểu diễn bởi ma trận Pauli $\mathbf{s} = \hbar\boldsymbol{\sigma}/2$. Trong tán xạ nucleon-hạt nhân, sự định hướng spin của nucleon cần được xét cụ thể, khi đó hàm sóng tán xạ được biểu diễn theo hàm spinor [11],

$$\chi_{m_s}(\mathbf{k}, \mathbf{r}) = \sum_{m'_s} \chi_{m_s m'_s}(\mathbf{k}, \mathbf{r}) \xi_{\frac{1}{2}m'_s}, \quad (2)$$

trong đó yếu tố ma trận theo spin của hàm sóng tán xạ được khai triển theo các song riêng phần như sau

$$\chi_{m_s m'_s}(\mathbf{k}, \mathbf{r}) = \frac{4\pi}{kr} \sum_{l j m_j} \psi_{lj}(k, r) \langle l \frac{1}{2} m m_s | j m_j \rangle \langle l \frac{1}{2} m' m'_s | j m_j \rangle [i^l Y_{lm'}(\hat{\mathbf{r}})] Y_{lm}^*(\hat{\mathbf{k}}) \quad (3)$$

Y_{lm} là hàm Harmonic cầu với $m=m_j-m_s$ và $m'=m_j-m'_s$ (với m_s, m'_s, m_j lần lượt là hình chiếu của spin, mô men góc l và mô men góc tổng cộng của nucleon). Thể xuyên tâm phi định xứ cũng có thể khai triển theo hàm Harmonic cầu

$$V(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \sum_{lm} \frac{v_l(r, r')}{r r'} [i^l Y_{lm}(\theta, \phi)] Y_{lm}^*(\theta', \phi'). \quad (4)$$

Nhân cả hai vế của phương trình (1) với hàm Harmonic $Y_{lm}(\hat{\mathbf{k}})$ và $Y_{lm'}(\hat{\mathbf{r}})$, và tích phân hai vế theo biến góc $\hat{\mathbf{k}}$ và $\hat{\mathbf{r}}$ ta thu được phương trình bán kính cho hàm sóng $\psi_{lj}(k, r)$

$$\begin{aligned} -\frac{\hbar^2}{2\mu} \left[\frac{d^2}{dr^2} - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] \psi_{lj}(k, r) + [V_C(r) + A_{lj} V_{\text{so}}(r)] \psi_{lj}(k, r) \\ + \int v_l(r, r') \psi_{lj}(k, r') dr' = E \psi_{lj}(k, r), \end{aligned} \quad (5)$$

trong đó $A_{lj} = l$ khi $j = l + 1/2$, và $A_{lj} = -l - 1$ khi $j = l - 1/2$. Độ dịch chuyển pha δ_l^\pm được xác định sau khi làm khớp nghiệm ψ_{lj} với hàm sóng Coulomb tại khoảng cách r đủ lớn. Yếu tố sóng riêng phần của ma trận tán xạ cũng được xác định từ độ dịch pha,

$$S_l^\pm = \exp(2i\delta_l^\pm). \quad (6)$$

với $S_{lj} = S_l^+$ khi $j = l + 1/2$, và $S_{lj} = S_l^-$ khi $j = l - 1/2$. Biên độ tán xạ cũng được xác định qua độ dịch pha và ma trận tán xạ

$$\begin{aligned} f_{++} = f_{--} &= f_C(\theta) + \frac{i}{2k} \sum_l [(2l+1) - (l+1)S_l^+ - lS_l^-] \exp(2i\sigma_l) P_l^0(\cos\theta) \\ f_{+-} = -f_{-+} &= \frac{i}{2k} \sum_l (S_l^- - S_l^+) \exp(2i\sigma_l) P_l^1(\cos\theta), \end{aligned} \quad (7)$$

trong đó \pm biểu diễn $m_s = \pm \frac{1}{2}$, $f_C(\theta)$ và σ_l tương ứng là biên độ tán xạ Rutherford và độ dịch chuyển pha Coulomb, $P_l^{0(1)}(\cos\theta)$ là đa thức Legendre. Tiết diện tán xạ vi phân cho tán xạ đàn hồi nucleon được xác định từ biên độ tán xạ

$$\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} = \frac{1}{2} \sum_{m_s m'_s} |f_{m_s m'_s}(\theta)|^2. \quad (8)$$

II.2. Thế quang học nucleon phi định xứ

Trong nghiên cứu tán xạ đàn hồi neutron-hạt nhân sử dụng thế quang học phi định xứ hiện tượng luận, chúng tôi lựa chọn phiên bản thế được xây dựng bởi Perey và Buck (PB) [3] và một phiên bản được phát triển gần đây Tian, Pang và Ma (TPM) [6]. Thế PB và TPM phi định xứ có dạng hàm như sau

$$V(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = U \left(\frac{|\mathbf{r} + \mathbf{r}'|}{2} \right) H \left(\frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}{\beta} \right), \quad (9)$$

với β là tham số khoảng cách phi định xứ. Hàm $H(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|/\beta)$ [3] có dạng hàm Gaussian

$$H \left(\frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}{\beta} \right) = \frac{1}{\pi^{\frac{3}{2}} \beta^3} \exp \left[- \left(\frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}{\beta} \right)^2 \right], \quad (10)$$

và hàm $U(p)$ với $p = |\mathbf{r} + \mathbf{r}'|/2$ được chọn là hàm Woods-Saxon tương tự như thế quang học phi định xứ [3]

$$-U(p) = V_R f_R(p) + iW_I f_I(p) + iW_D f_D(p), \quad (11)$$

trong đó

$$\begin{aligned} f_{R(I)}(p) &= \left[1 + \exp \left(\frac{p - R_{R(I)}}{a_{R(I)}} \right) \right]^{-1} \\ f_D(p) &= 4 \exp \left(\frac{p - R_D}{a_D} \right) \left[1 + \exp \left(\frac{p - R_D}{a_D} \right) \right]^{-2}. \end{aligned} \quad (12)$$

với $R_i = r_i A^{1/3}$ và a_i ($i = R, I, D$) là tham số bán kính và độ nhòe được cho bởi các tài liệu [3, 6, 7].

II.3. Phương pháp R -matrix

Theo phương pháp R -matrix, không gian tọa độ được chia thành hai phần miền trong và miền ngoài phần được phân cách tại a . Bán kính a được chọn đủ lớn sao cho tại đó thế hạt nhân triệt tiêu, trong báo cáo này $a=15$ fm được chọn cho tất cả hạt nhân bia. Sóng riêng phần của hàm sóng tán xạ trong miền ngoài có dạng

$$\psi_{lj}^{\text{ext}}(r) = \frac{i}{2} [I_l(kr) - S_{lj}O_l(kr)], \quad (13)$$

trong đó $I_l = G_l - iF_l$ và $O_l = G_l + iF_l$, với F_l và G_l lần lượt là hàm Coulomb tầm thường (regular) và không tầm thường (irregular). Hàm sóng miền trong được khai triển theo hệ hàm cơ độc lập tuyến

tính φ_n ,

$$\psi_{lj}^{\text{int}}(r) = \sum_{n=1}^N c_n \varphi_n(r). \quad (14)$$

Hàm sóng miền trong và miền ngoài liên hệ với nhau bởi điều kiện biên tại a , $\psi_{lj}^{\text{ext}}(a) = \psi_{lj}^{\text{int}}(a)$. Đại lượng R -matrix (\mathcal{R}) ứng với năng lượng E của hạt tới cũng được định nghĩa dựa trên điều kiện biên này

$$\psi_{lj}(a) = \mathcal{R}_{lj}(E)[a\psi'_{lj}(a) - B\psi_{lj}(a)], \quad (15)$$

Tham số B có mặt trong toán tử Bloch [12], toán tử được bổ sung vào phương trình Schrödinger do Hamiltonian của hệ không Hermit trong khoảng $(0, a)$,

$$\mathcal{L}(B) = \frac{\hbar^2}{2\mu} \delta(r - a) \left(\frac{d}{dr} - \frac{B}{r} \right), \quad (16)$$

Tổ hợp gồm toán tử Hamiltonian và toán tử Bloch là Hermit khi B là số thực. Khi đó, phương trình Schrödinger trong miền trong $(0, a)$ có dạng là phương trình tuyến tính không thuần nhất

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \left[\frac{d^2}{dr^2} + \frac{l(l+1)}{r^2} \right] + V_C(r) + A_{lj}V_{\text{so}}(r) - E + \mathcal{L}(B) \right\} \sum_{i=1}^N c_i \varphi_i(r) + \int v_l(r, r') \sum_{i=1}^N c_i \varphi_i(r') dr' = \mathcal{L}(B) \psi_{lj}^{\text{ext}}(r). \quad (17)$$

Toán tử Bloch cũng để đảm bảo điều kiện liên tục của đạo hàm hàm sóng. Chiếu cả hai vế của phương trình (17) lên $\varphi_i(r)$ và tích phân theo r ,

$$\sum_{n=1}^N C_{in}(E, B) c_n = \frac{\hbar^2}{2\mu a} \varphi_i(a) \left(a \frac{d\psi_{lj}^{\text{ext}}(r)}{dr} \Big|_{r=a} - B \psi_{lj}^{\text{ext}}(a) \right), \quad (18)$$

trong đó yếu tố ma trận $C_{in}(E, B)$ được xác định bởi.

$$C_{in}(E, B) = \int \varphi_i(r) \left\{ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \left[\frac{d^2}{dr^2} + \frac{l(l+1)}{r^2} \right] + V_C(r) + A_{lj}V_{so}(r) - E + \mathcal{L}(B) \right\} \varphi_n(r) dr + \int \varphi_i(r) v_l(r, r') \varphi_n(r') dr dr'. \quad (19)$$

Hệ số c_n được xác định từ giải hệ phương trình (19), thế vào (15) tại $r=a$ và sử dụng điều kiện biên (16), chúng ta thu được R -matrix (\mathcal{R})

$$\mathcal{R}_{lj}(E, B) = \frac{\hbar^2}{2\mu a} \sum_{i,n=1}^N \varphi_i(a) (C^{-1})_{in} \varphi_n(a). \quad (20)$$

Việc xác định các yếu tố ma trận $C_{in}(E, B)$ trở nên đơn giản hơn khi hệ cơ sở $\varphi_n(r)$ được chọn là hệ hàm Lagrange và tích phân được tính bằng phương pháp cầu phương Gauss-Legendre. Theo phương pháp này, tích phân của một hàm bất kỳ bằng tổng các giá trị của hàm đó tại các điểm chia r_i là nghiệm của đa thức Legendre, nhân với trọng số λ_i [8]. Khi đó tích phân với thể định xứ và phi định xứ trở thành

$$\int_0^a \varphi_i(r) V(r) \varphi_n(r) dr = \sum_{k=1}^N \lambda_k \varphi_i(r_k) V(r_k) \varphi_n(r_k) = V(r_i) \delta_{in}, \quad (21)$$

$$\int \varphi_i(r) v_l(r, r') \varphi_n(r') dr' dr = v_l(r_i, r_n). \quad (22)$$

Hàm sóng miền ngoài chứa yếu tố riêng phần S_{lj} của ma trận tán xạ, và hàm sóng miền trong chứa R -matrix $R_{lj}(E, B)$. Thông qua điều kiện liên tục của hàm sóng S_{lj} và $R_{lj}(E, B)$ liên hệ với nhau bởi

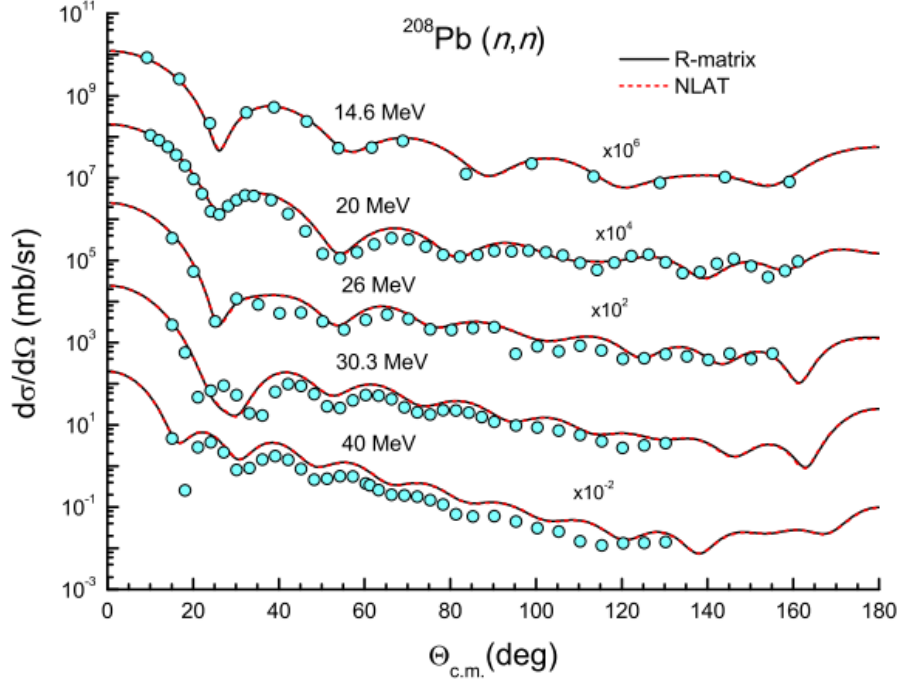
$$S_{lj} = \exp(2i\phi_l) \frac{1 - (L_l^* - B) \mathcal{R}_{lj}(E, B)}{1 - (L_l - B) \mathcal{R}_{lj}(E, B)}, \quad (23)$$

với

$$L_l = \frac{ka}{O_l(ka)} \frac{dO_l(kr)}{dr} \Big|_{r=a},$$

$$\phi_l = \arg I_l(ka) = -\arctan \left[\frac{F_l(ka)}{G_l(ka)} \right]. \quad (24)$$

Khi đó, tiết diện tán xạ vi phân (8) của tán xạ đàn hồi nucleon-hạt nhân được xác định từ yếu tố riêng phần của ma trận tán xạ (23).



Hình 1. Tiết diện tán xạ đàn hồi $n+^{208}\text{Pb}$ theo phân bố góc tại năng lượng 14.6, 20, 26, 30.3 và 40 MeV thu được từ mẫu quang học sử dụng phương pháp R -matrix và phương pháp lặp (NLAT), sử dụng thế quang học phi định xứ PB [3]. Số liệu thực nghiệm được cho bởi những công bố [14-17].

III. KẾT QUẢ VÀ THẢO LUẬN

Trước khi trình bày các kết quả cho tán xạ đàn hồi nucleon-hạt nhân sử dụng thế quang học phi định xứ và phương pháp R -matrix, chúng tôi giới thiệu ngắn gọn phương pháp lặp là cơ sở để so sánh với phương pháp R -matrix. Theo phương pháp này, thế phi định xứ ban đầu U_{init} được chọn để giải ra hàm sóng tán xạ ban đầu [3],

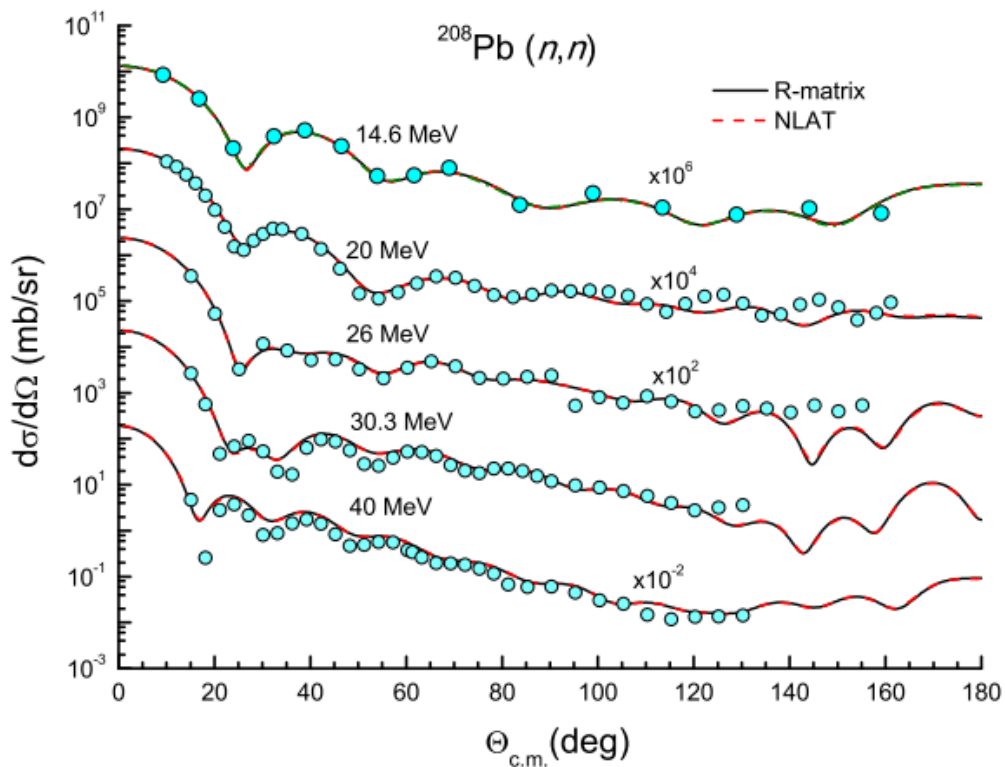
$$\frac{\hbar^2}{2\mu} \left[\frac{d^2}{dr^2} - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] \psi_{lj}^{(0)}(r) + [E - V_C(r) - A_{lj}V_{\text{so}}(r) - U_{\text{init}}(r)] \psi_{lj}^{(0)}(r) = 0. \quad (25)$$

Nghiệm $\psi_{lj}^{(0)}(r)$ sau đó được sử dụng cho bước tiếp theo ($n=1$) để giải phương trình vi-tích phân:

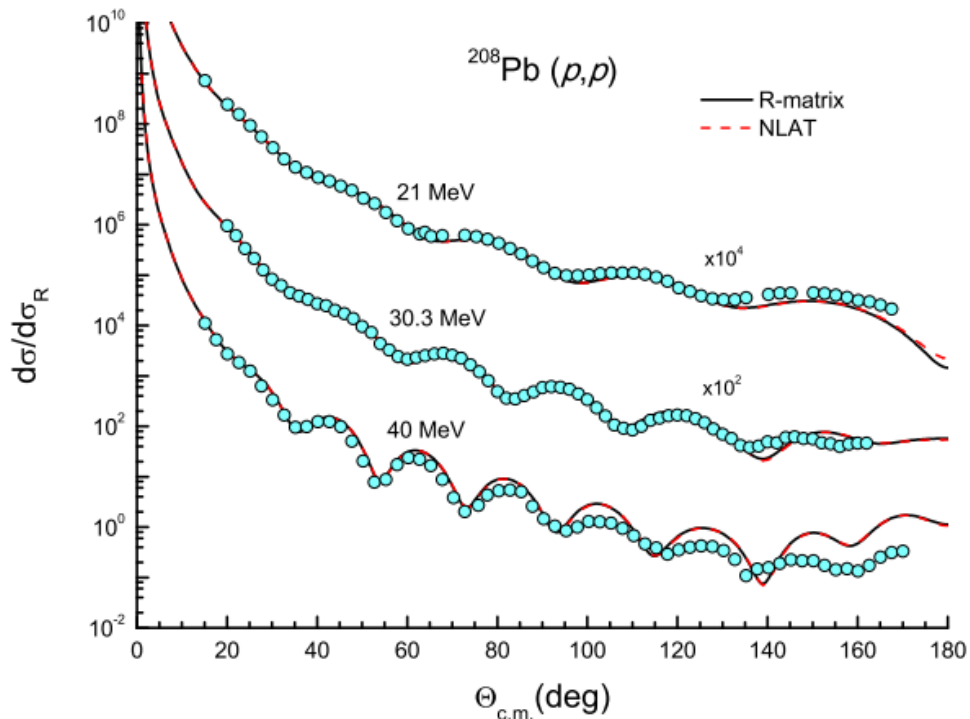
$$\begin{aligned} \frac{\hbar^2}{2\mu} \left[\frac{d^2}{dr^2} - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] \psi_{lj}^{(n)}(r) + [E - V_C(r) - A_{lj}V_{\text{so}}(r) - U_{\text{init}}(r)] \psi_{lj}^{(n)}(r) \\ = \int v_l(r, r') \psi_{lj}^{(n-1)}(r') dr' - U_{\text{init}}(r) \psi_{lj}^{(n-1)}(r). \end{aligned} \quad (26)$$

Quá trình được lặp lại cho đến khi hàm sóng tán xạ được hội tụ. Mặc dù sự lựa chọn ban đầu của thế $U_{\text{init}}(r)$ không làm thay đổi nghiệm của phương trình, nhưng vẫn ảnh hưởng tới sự hội tụ của phương pháp lặp. Phương pháp này được thực hiện bởi Titus và cộng sự [10, 13] để nghiên cứu phản ứng chuyển nucleon (transfer) sử dụng code NLAT. Trong khi đó, ưu điểm của phương pháp R -matrix là không cần qua bước trung gian hay bước lặp nào, mặt khác sử dụng phương pháp cầu phương Gauss-Legendre theo các điểm chia Lagrange có thể tính trực tiếp được các yếu tố ma trận định xứ (21) và phi định xứ. Hình.1 thể hiện kết quả

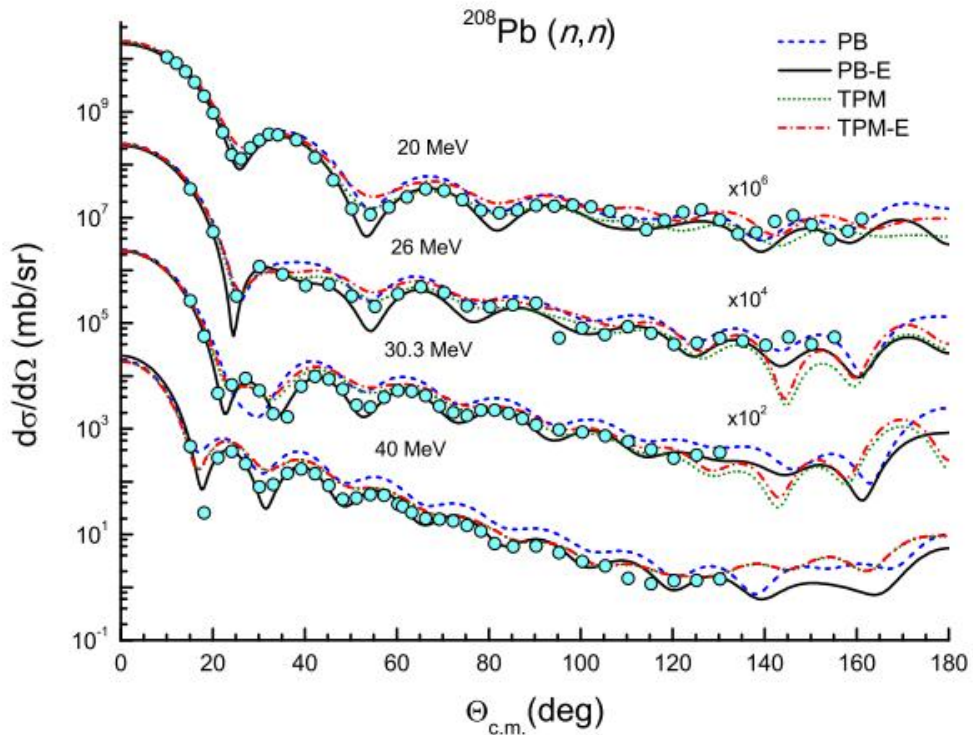
tiết diện vi phân theo phân bố góc của tán xạ đàn hồi neutron lên ^{208}Pb tại năng lượng 14.6, 20, 26, 30.3,



Hình 2. Tương tự như Hình.1 nhưng với thể quang học phi định xứ TPM

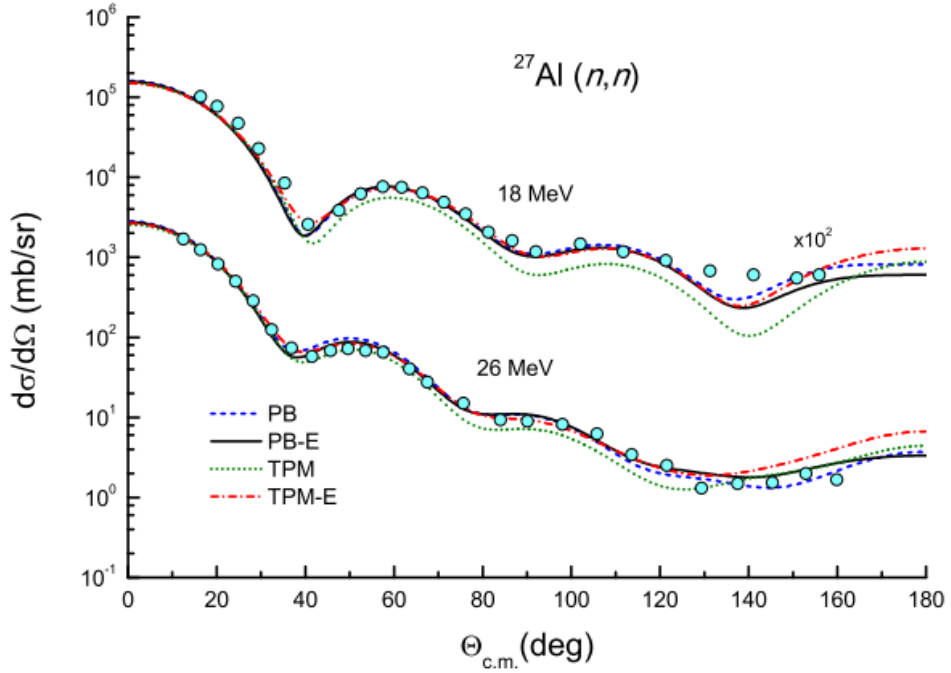


Hình 3. Tiết diện tán xạ đàn hồi $p+^{208}\text{Pb}$ theo phân bố góc tại năng lượng 21, 30.3 và 40 MeV thu được từ mẫu quang học sử dụng phương pháp R -matrix và phương pháp lặp (NLAT), sử dụng thể quang học phi định xứ TPM [6]. Số liệu thực nghiệm được cho bởi những công bố [19, 20].



Hình 4. Tiết diện tán xạ đàn hồi $n+^{208}\text{Pb}$ theo phân bố góc tại năng lượng 20, 26, 30.3 và 40 MeV thu được từ mẫu quang học sử dụng phương pháp R -matrix, thể quang học phi định xứ PB và TPM [3, 6], và hai phiên bản thể phụ thuộc năng lượng PB-E và TPM-E [7]. Số liệu thực nghiệm được cho bởi những công bố [15-18].

và 40 MeV sử dụng phương pháp R -matrix và phương pháp lặp (NLAT), dùng chung thể quang học phi định xứ PB [3]. Hai phương pháp đều cho các kết quả tiết diện tán xạ gần như trùng khớp nhau ứng với tất cả các góc từ $[0:180^\circ]$. Trong trường hợp thể quang học phi định xứ là TPM, chúng ta cũng thu được kết quả tương tự, được thể hiện trong Hình.2 và Hình.3, tương ứng là kết quả tiết diện tán xạ vi phân theo phân bố góc của neutron và proton lên ^{208}Pb . Những tham số của thể PB và TPM được chỉnh chuẩn để thu được số liệu tán xạ đàn hồi nucleon-hạt nhân trong những khoảng năng lượng khác nhau, $E < 15$ đối với thể PB và $10 < E < 30$ MeV đối với thể TPM, do đó theo thể TPM cho kết quả phù hợp thực nghiệm hơn tại năng lượng 30.4 và 40 MeV. Mặt khác theo quan điểm vi mô, phần ảo của thể quang học, tương ứng với sự ảnh hưởng của các kênh tán xạ không đàn hồi lên kênh tán xạ đàn hồi, có chứa số hạng phi định xứ và phụ thuộc khá mạnh. Do đó, thành phần phụ thuộc năng lượng gần đây đã được đưa và phần ảo của thể quang học PB và TPM [7], trong đó những tham số phụ thuộc năng lượng được hiệu chỉnh để thu được số liệu tán xạ đàn hồi neutron lên các bia ^{40}Ca , ^{90}Zr , và ^{208}Pb trong khoảng năng lượng từ 5 đến 40 MeV (tham số của PB-E và TPM-E được liên kê trong bảng II của tài liệu [7]).



Hình 5. Tiết diện tán xạ đàn hồi $n+^{27}\text{Al}$ theo phân bố góc tại năng lượng 18 và 26 MeV thu được từ mẫu quang học sử dụng phương pháp R -matrix, thể quang học phi định xứ PB và TPM [3, 6], và hai phiên bản thể phụ thuộc năng lượng PB-E và TPM-E [7]. Số liệu thực nghiệm được cho bởi công bố [21]

Kết quả tính toán mẫu quang học sử dụng phương pháp R -matrix cho tán xạ đàn hồi neutron lên hạt nhân ^{208}Pb tại bốn năng lượng sử dụng thể quang học PB và TPM cũng như hai phiên bản phụ thuộc năng lượng PB-E và TPM-E được thể hiện trên Hình.4. Kết quả cho thấy phiên bản phụ thuộc năng lượng PB-E mô tả tốt số liệu thực nghiệm tốt hơn thể PB ban đầu tại năng lượng 30.3 và 40 MeV. Tương tự như Hình. 4, Hình.5 biểu diễn kết quả tiết diện tán xạ đàn hồi neutron lên hạt nhân ^{27}Al tại năng lượng 18 và 26 MeV. Kết quả cho thấy hai phiên bản thể phụ thuộc năng lượng PB-E và TPM-E đều cho mô tả số liệu tán xạ tốt hơn hai phiên bản ban đầu PB và TPM, mặc dù trong quá trình hiệu chỉnh tham số phụ thuộc năng lượng không sử dụng những số liệu đối với hạt nhân ^{27}Al [7].

III. KẾT LUẬN

Như vậy trong đề tài nghiên cứu này, chúng tôi đã áp dụng thành công phương pháp R -matrix để mô tả tán xạ đàn hồi nucleon lên hạt nhân ^{208}Pb và ^{27}Al sử dụng thể quang học phi định xứ được đề xuất bởi Perey và Buck [3], và một số phiên bản thể tương tự PB được tham số hóa gần đây [6, 7]. Sự so sánh kết quả thu được sử dụng tương tác R -matrix với phương pháp lặp [10] đã khẳng định rằng phương pháp R -matrix là công cụ hiệu quả để sử dụng trong các tính toán tán xạ đàn hồi nucleon-hạt nhân với thể quang học phi định xứ.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] R. L. Varner, W. J. Thompson, T. L. McAbee, E. J. Ludwig, and T. B. Clegg, *Phys. Rep.*, **201**, 57, 1991.
- [2] A. Koning and J. Delaroche, *Nucl. Phys. A*, **713**, 231, 2003.
- [3] F. Perey and B. Buck, *Nucl. Phys.*, **32**, 353, 1962.

- [4] B. T. Kim and T. Udagawa, *Phys. Rev. C*, **42**, 1147, 1990.
- [5] K. Minomo, K. Ogata, M. Kohno, Y. R. Shimizu, and M. Yahiro, *J. Phys. G*, **37**, 085011, 2010.
- [6] Y. Tian, D. Y. Pang, and Z. Y. Ma, *Int. J. Mod. Phys. E*, **24**, 1550006, 2015.
- [7] A. E. Lovell, P. L. Bacq, P. Capel, F. M. Nunes, and L. J. Titus, *Phys. Rev. C*, **96**, 051601(R), 2017.
- [8] P. Descouvemont and D. Baye, *Rep. Prog. Phys.*, **73**, 36301, 2010.
- [9] P. Descouvemont, *Comp. Phys. Comm.*, **200**, 199, 2016.
- [10] L. J. Titus, A. Ross, and F. M. Nunes, *Comp. Phys. Comm.*, **207**, 499, 2016.
- [11] G. R. Satchler, *Direct Nuclear Reactions*, Clarendon Press Oxford, New York (1983).
- [12] B. A. Robson, *Nucl. Phys. A*, **132**, 5, 1969.
- [13] L. J. Titus, F. M. Nunes, and G. Potel, *Phys. Rev. C*, **93**, 014604, 2016.
- [14] L. F. Hansen, F. S. Dietrich, B. A. Pohl, C. H. Poppe, and C. Wong, *Phys. Rev. C*, **31**, 111, 1985.
- [15] R. W. Finlay, J. R. M. Annand, T. S. Cheema, J. Rapaport, and F. S. Dietrich, *Phys. Rev. C*, **30**, 796, 1984.
- [16] J. Rapaport, T. S. Cheema, D. E. Bainum, R. W. Finlay, and J. D. Carlson, *Nucl. Phys. A*, **313**, 1, 1979.
- [17] R. P. DeVito, Sam M. Austin, W. Sterrenburg, and U. E. P. Berg, *Phys. Rev. Lett.*, **47**, 628, 1981.
- [18] R. P. DeVito, D. T. Khoa, S. M. Austin, U. E. P. Berg, and B. M. Loc, *Phys. Rev. C*, **85**, 024619, 2012.
- [19] W. T. H. van Oers, Huang Haw, N. E. Davison, A. Ingemarsson, B. Fagerström, and G. Tibell, *Phys. Rev. C*, **10**, 307, 1974.
- [20] L. N. Blumberg, E. E. Gross, A. VAN DER Woude, A. Zucker, and R. H. Bassel, *Phys. Rev.*, **147**, 812, 1966.
- [21] J. S. Petler, M. S. Islam, R. W. Finlay, and F. S. Dietrich, *Phys. Rev. C*, **32**, 673, 1985.

R-MATRIX METHOD AND THE NONLOCAL NUCLEON OPTICAL POTENTIAL

Doan Thi Loan, Nguyen Hoang Phuc, Dao T. Khoa
Institute for Nuclear Science and Technology, VINATOM
179 Hoang Quoc Viet, Cau Giay, Hanoi
Email: loandoan87@gmail.com

Abstract: The calculable R-matrix method is applied to solve the Schrödinger equation in the optical model (OM) analysis of the elastic nucleon-hạt nhân scattering using a nonlocal nucleon optical potential (OP). The phenomenological nonlocal nucleon OP proposed by Perey and Buck (PB), and the two recent versions of the PB parametrization were used in the present OM study of the elastic nucleon scattering on ^{208}Pb and ^{27}Al targets at different energies. The comparison of the OM results given by the calculable R-matrix method with those given by iterative method confirms that the calculable R-matrix method is an efficient tool for the OM study of the elastic nucleon-hạt nhân scattering using a nonlocal nucleon OP.

Keywords: *Nonlocality, nucleon optical potential, R-matrix method.*